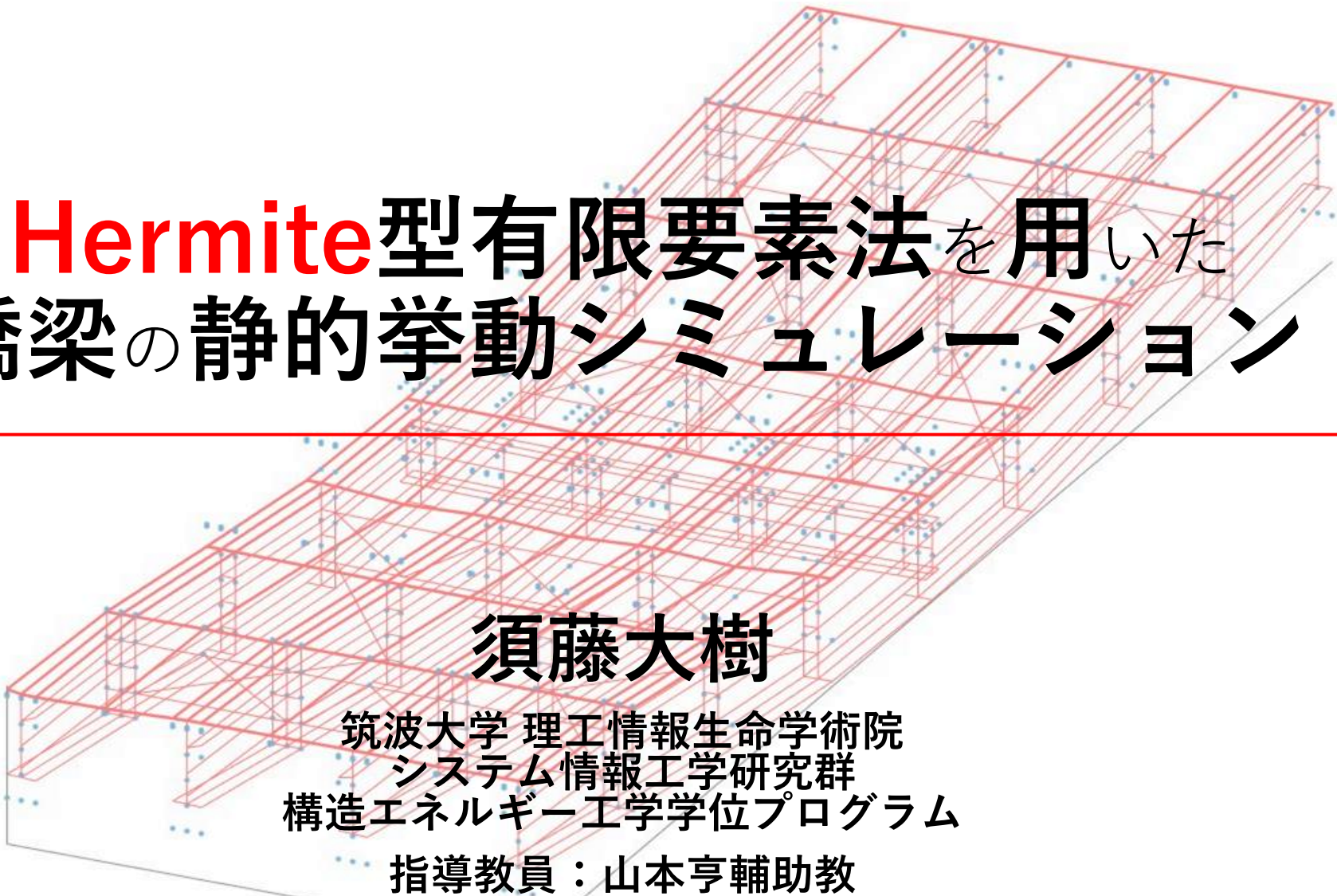




Hermite型有限要素法を用いた 橋梁の静的挙動シミュレーション

須藤大樹

筑波大学 理工情報生命学術院
システム情報工学研究群
構造エネルギー工学学位プログラム

指導教員：山本亨 助教

副査：松島亘志 教授・三目直登 助教

固体, 流体, 熱, 電磁気などの物理現象

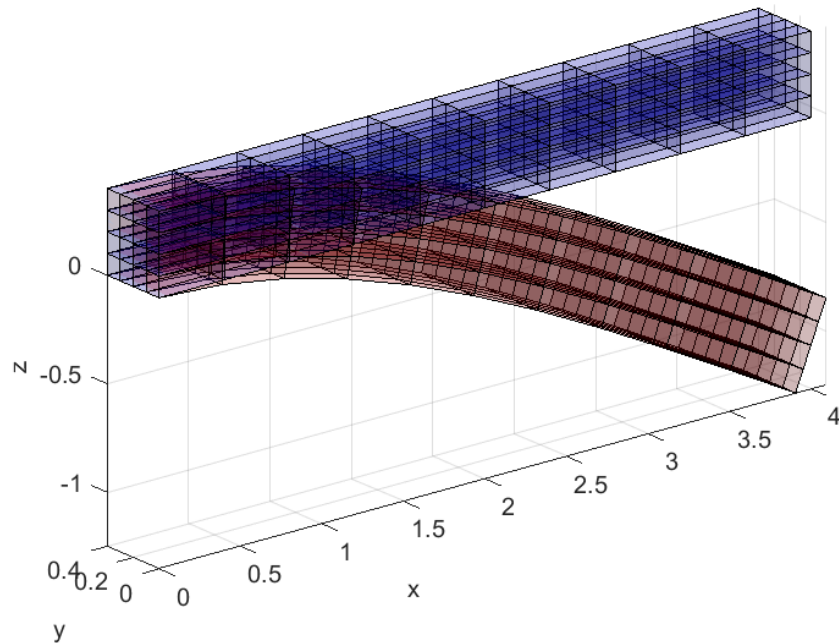
有限要素法 = 偏微分方程式の数値解法
FEM

解析解
(連続関数)

近似解
(数値解 × 基底関数)

$$u(x) \doteq u \cdot N(x)$$

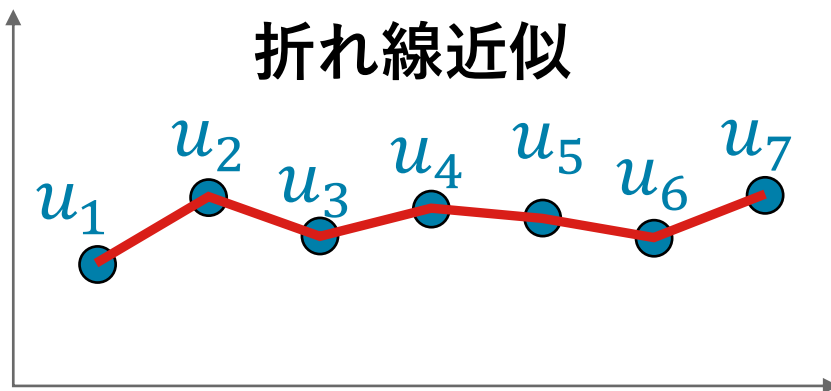
基底関数の種類によって数値解の精度が変わる
(要素モデル)



Lagrange族要素

$$u = \begin{Bmatrix} \vdots \\ u_i \\ \vdots \end{Bmatrix}$$

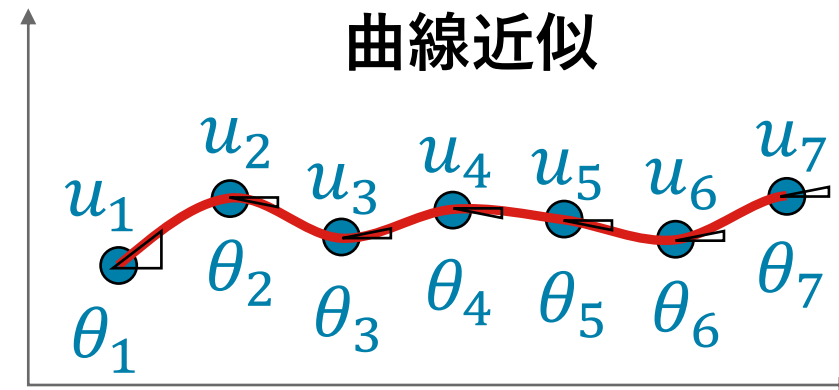
折れ線近似



Hermite族要素

$$u = \begin{Bmatrix} \vdots \\ u_i \\ \theta_i \\ \vdots \end{Bmatrix}$$

曲線近似



1次	高次		1階 (3次Spline)
△	◎	計算精度	◎
◎	○	所要時間	△
◎	×	モデル作成	◎
×～△	◎	せん断ロッキング	◎

Hermite族要素の主な適用例

Euler-Bernoulli梁のたわみ
Kirchhoff-Love板のたわみ
(Kirchhoff-Love板要素)

or

数値流体力学（CIP法等）

Lagrange族要素では精度が不十分な問題にのみ適用
(1～2次元のたわみ問題への適用がほとんど…力学的要求)

なぜ？

Hermite基底の数式が複雑？

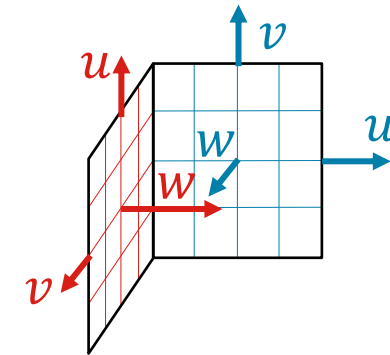
→特に導関数を含むことにより、境界条件の設定が難しい
3次元Lagrange族ソリッド要素に満足？

① 既往の板要素はLagrange-Hermite混合族要素…純Hermite族要素でない (2次元)

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N^T & & \\ & N^T & \\ & & N^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

$u = \{u_i\}$ 伸縮は
 $v = \{v_i\}$ Lagrange基底
 $w = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_i \\ \phi_i \end{Bmatrix}$ たわみ(曲げ)は
Hermite基底

↑ ロッキング現象を避けるため



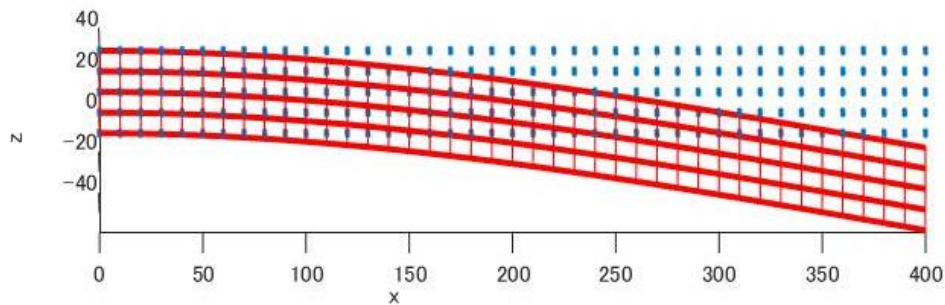
たわみと伸縮の変換境界に不整合を生じる

② 3次元Hermite族ソリッド要素は未実装 ↔ Lagrange族ソリッド要素は計算精度はある程度高い

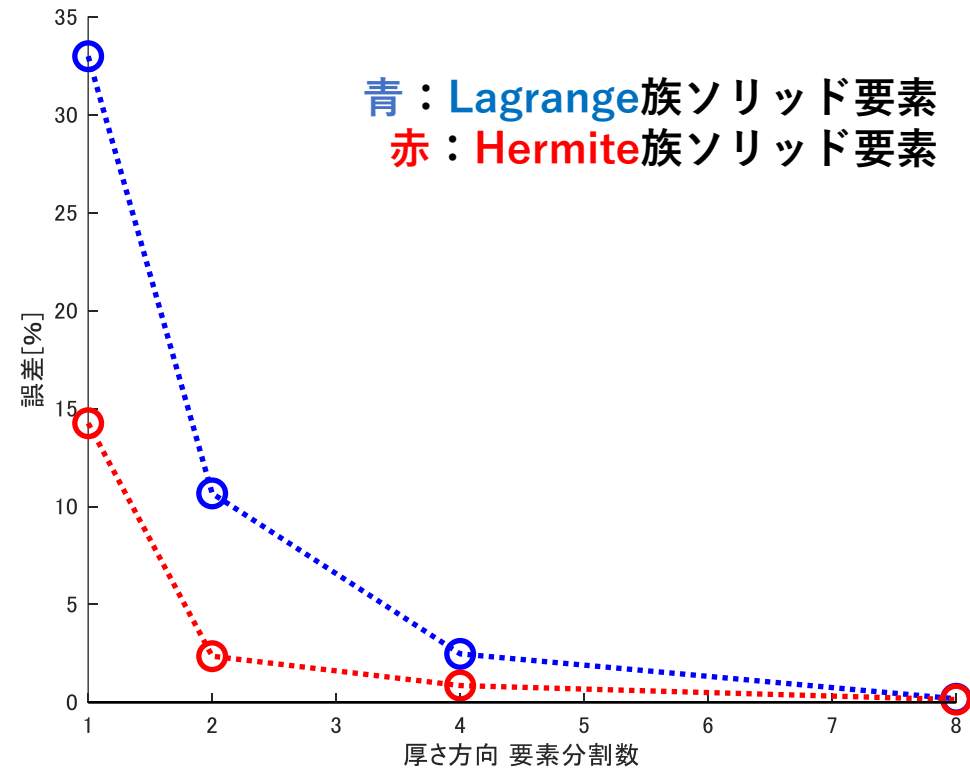
純粋なHermite型有限要素法コードを自作で実装し
実問題として橋梁モデルの曲げ問題を解きその有用性を検証する

片持ち梁の曲げ問題

Lagrange族ソリッド要素
Hermite族ソリッド要素



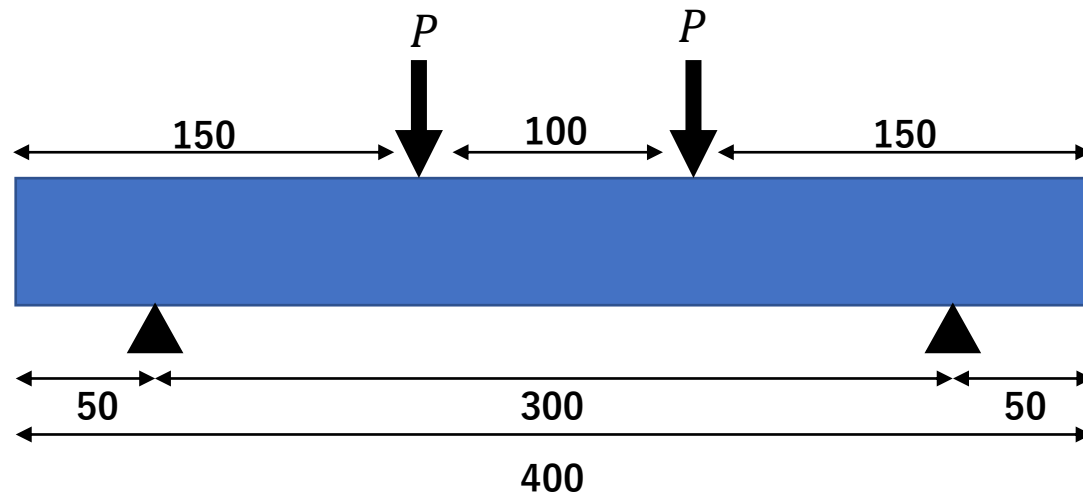
片持ち梁の変形図



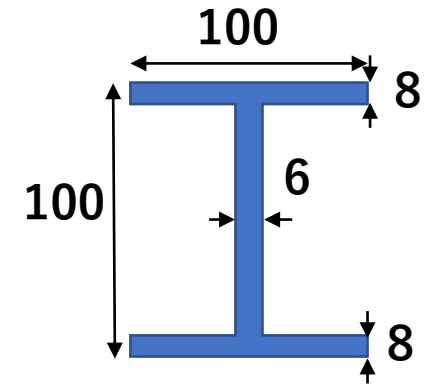
各要素の要素分割数と誤差の関係

Hermite族ソリッド要素の計算精度が優れている

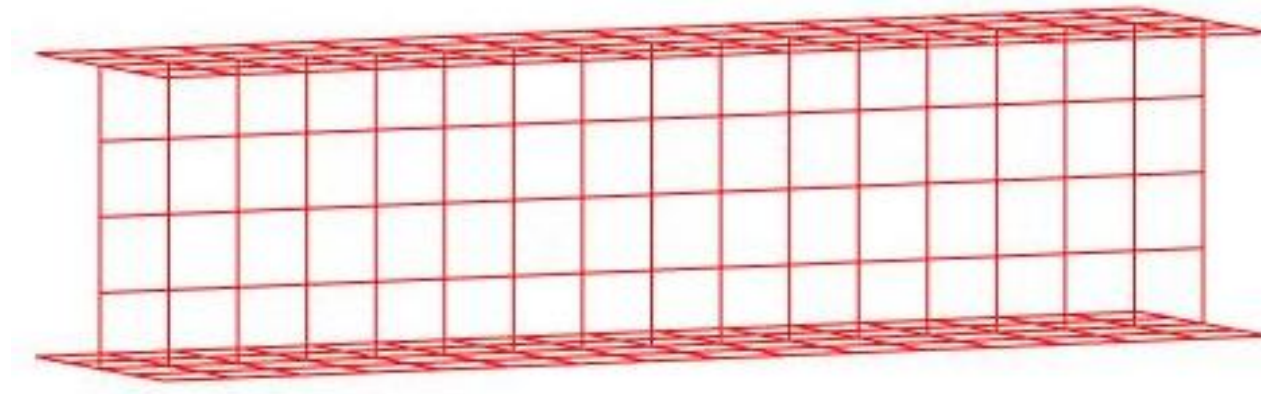
鋼桁の4点曲げ試験



4点曲げ試験の概略図



鋼桁の断面図



鋼桁の全体図

Hermite族板要素

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}^T & & \\ & \mathbf{N}^T & \\ & & \mathbf{N}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_i \\ \theta_i \\ \phi_i \end{Bmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_i \\ \phi_i \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_i \\ \phi_i \end{Bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{伸縮と} \\ \text{たわみ(曲げ)} \\ \text{Hermite基底} \end{array}$$

Lagrange-Hermite混合族板要素

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}^T & & \\ & \mathbf{N}^T & \\ & & \mathbf{N}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

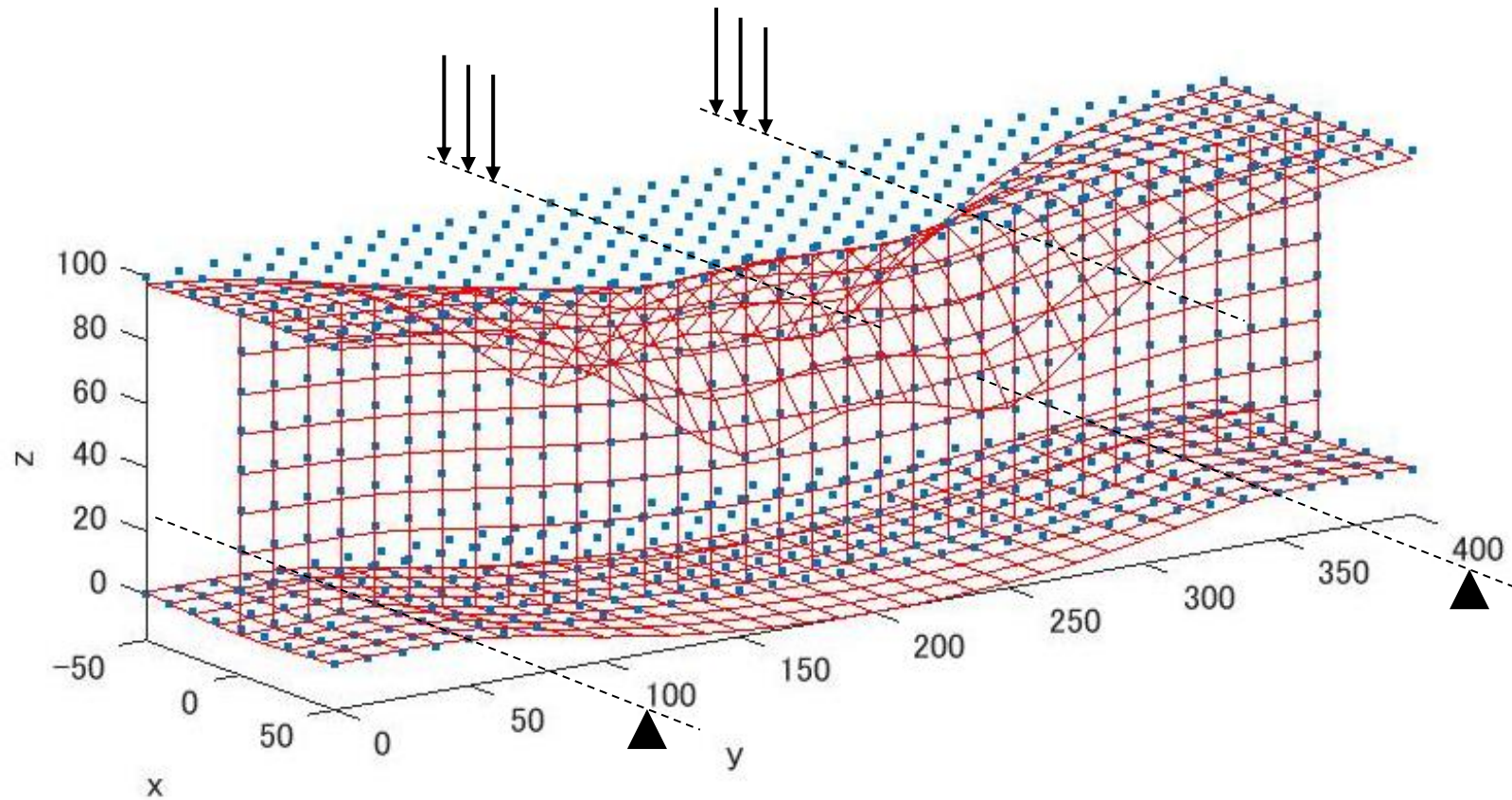
$$\mathbf{u} = \{u_i\} \text{ 伸縮は}$$
$$\mathbf{v} = \{v_i\} \text{ Lagrange基底}$$

$$\mathbf{w} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_i \\ \phi_i \end{Bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{たわみ(曲げ)は} \\ \text{Hermite基底} \end{array}$$

Abaqus

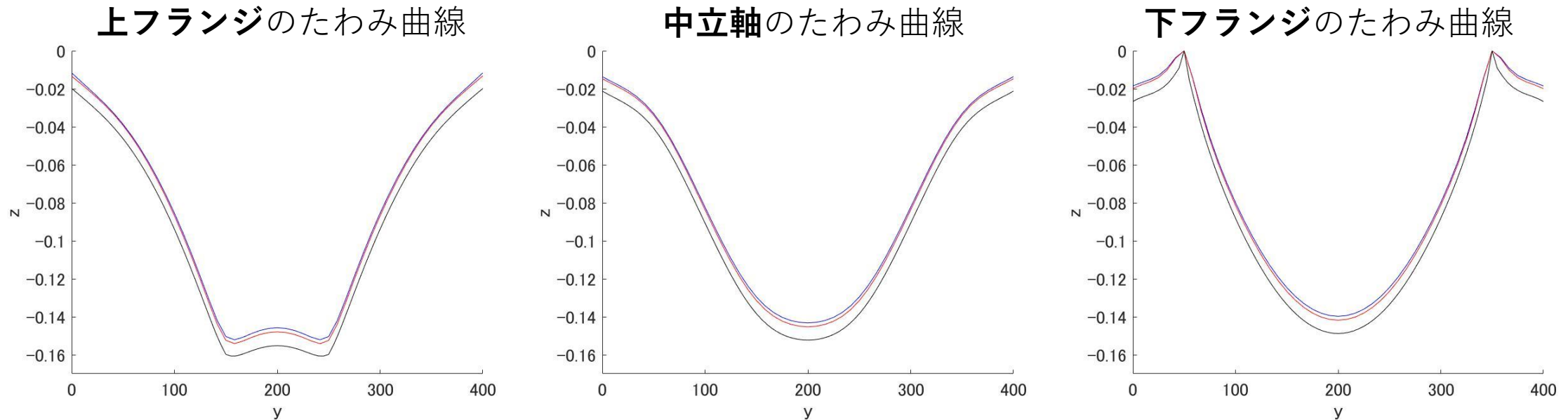
鋼桁をそれぞれHermite族板要素, Lagrange-Hermite混合族板要素を用いてモデル化し, 4点曲げ問題を解く
また, Abaqusでの計算結果との比較, 性能評価を行う

結果（鋼桁の4点曲げ試験）



鋼桁の曲げ変形図
変位を100倍拡大して描図

結果（鋼桁の4点曲げ試験）



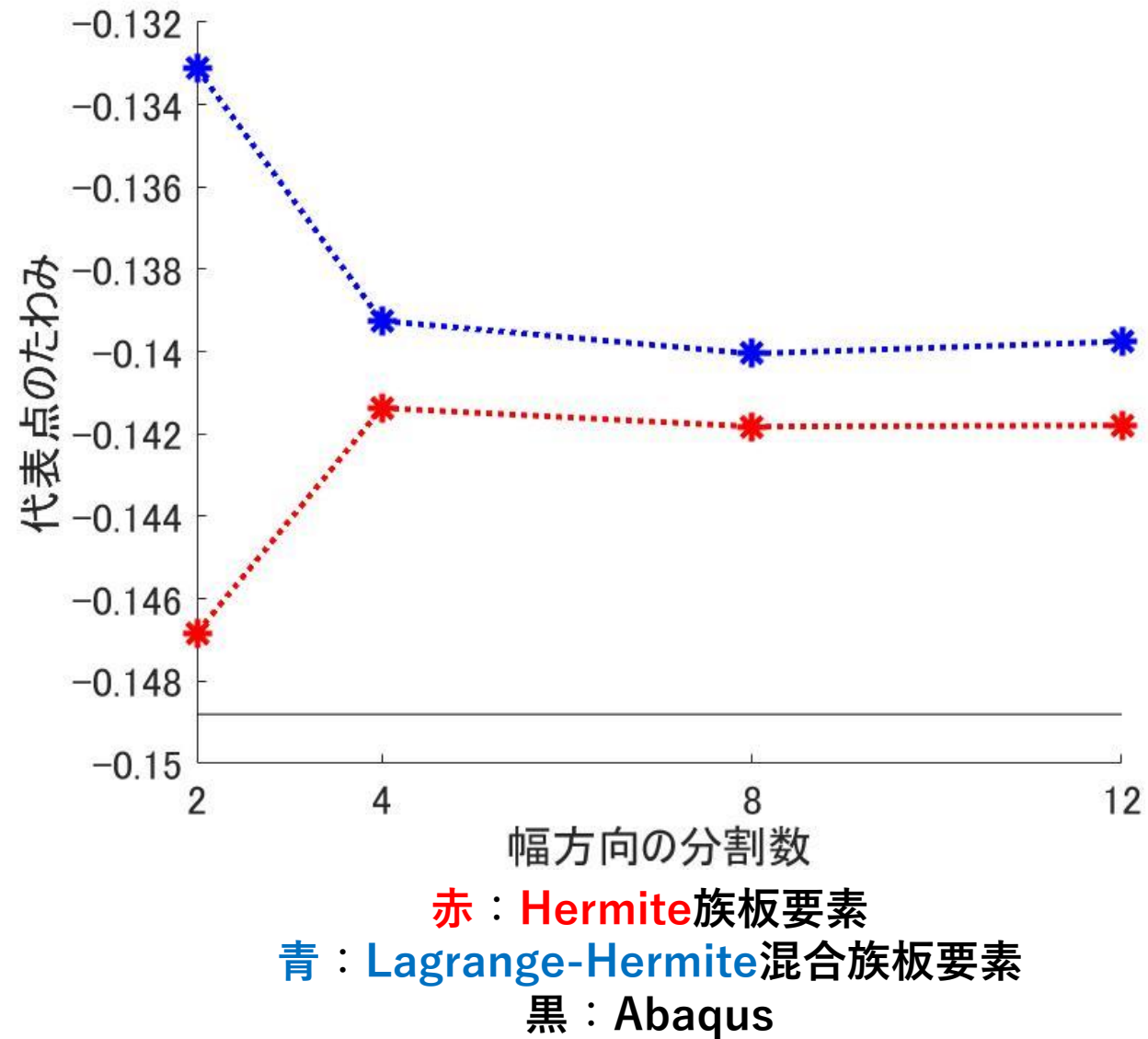
赤：Hermite族板要素，青：Lagrange-Hermite混合族板要素，黒：Abaqus

どちらの結果もAbaqusによる結果より多少小さい値になっているが、**どのたわみ曲線の形も概ね一致しており、適切に数値計算が行われた**

Hermite族要素を用いた結果の方が、**Lagrange-Hermite混合族要素**を用いた結果より**Abaqus**の結果に近い値となった。

→**Abaqus**は様々な補正処理をブラックボックス化しているようだが
そういった処理を行わない場合、**Hermite族板要素が有用性に優れている**と考えられる。

結果（鋼桁の4点曲げ試験）



Hermite族板要素

+

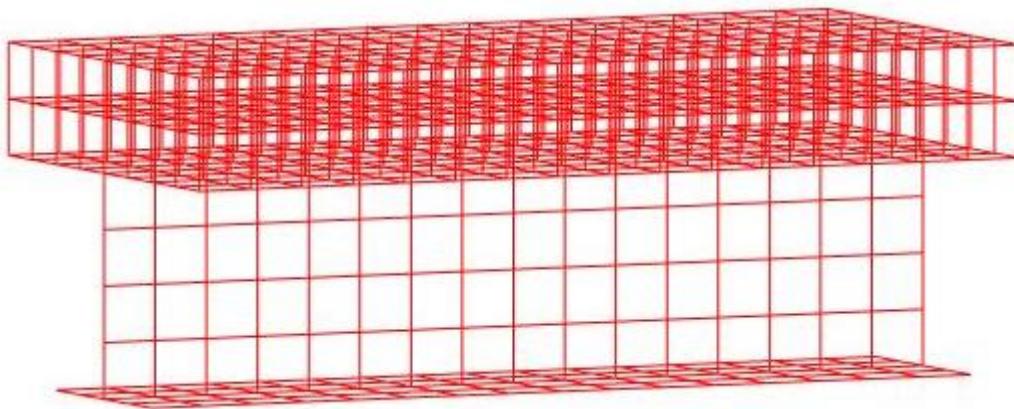
Hermite族ソリッド
要素

Lagrange-Hermite混合族板要素

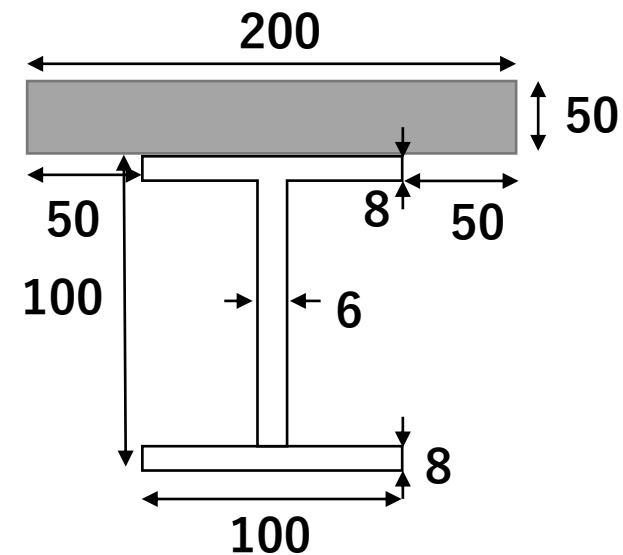
+

Lagrange族ソリッド
要素

Abaqus

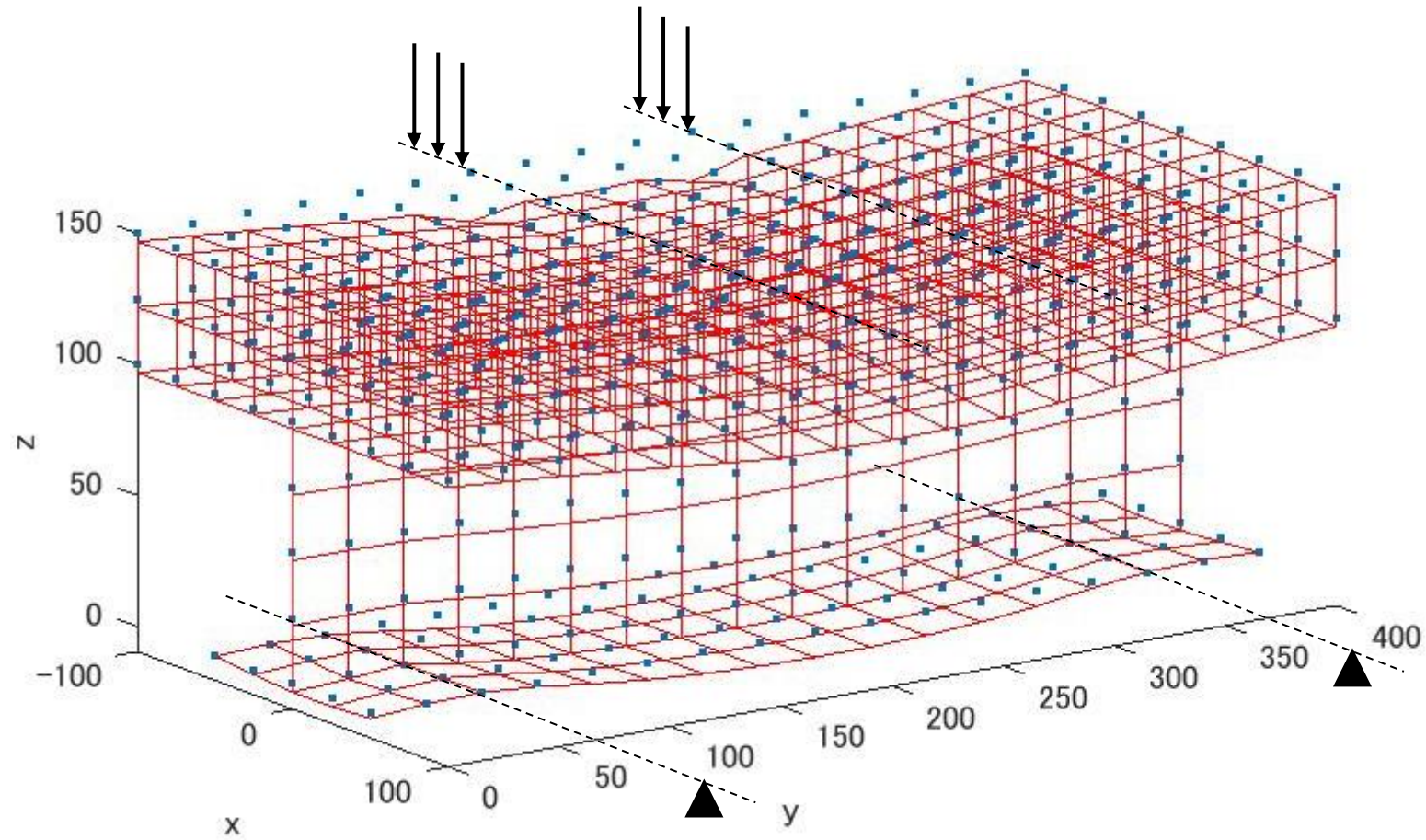


合成桁の全体図



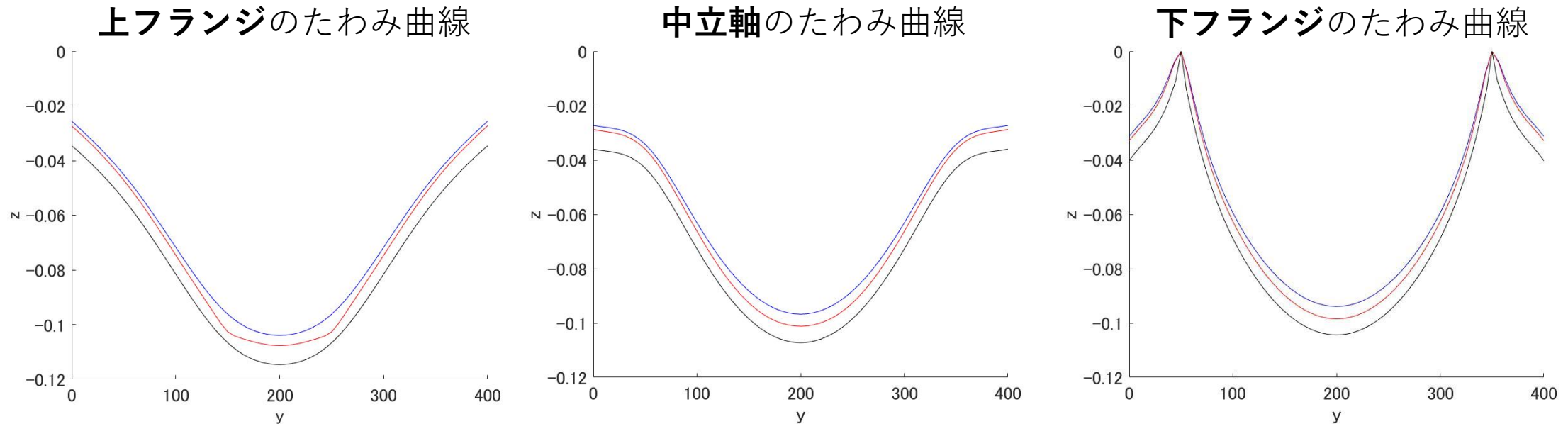
合成桁の断面

結果（合成桁の4点曲げ試験）



合成桁の曲げ変形図
変位を100倍拡大して描図

結果（合成桁の4点曲げ試験）



赤：Hermite族板要素 + Hermite族ソリッド要素
青：Lagrange-Hermite混合族板要素 + Lagrange族ソリッド要素
黒：Abaqus

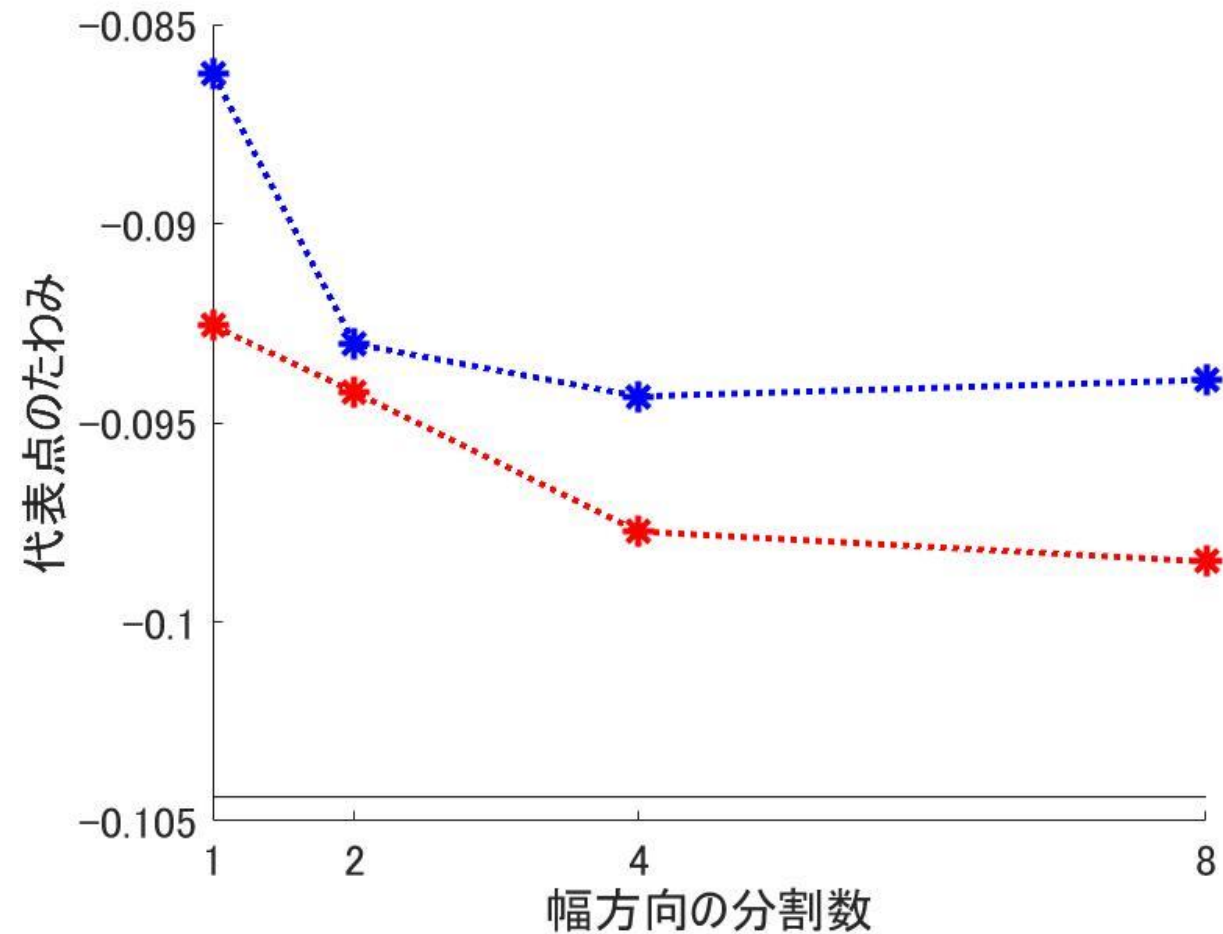
どちらの結果もAbaqusによる結果より多少小さい値になっている

どのたわみ曲線の形も概ね一致している

Hermite族要素を用いた結果の方が、Lagrange-Hermite混合、Lagrange族要素を用いた結果よりAbaqusの結果に近い値となっている

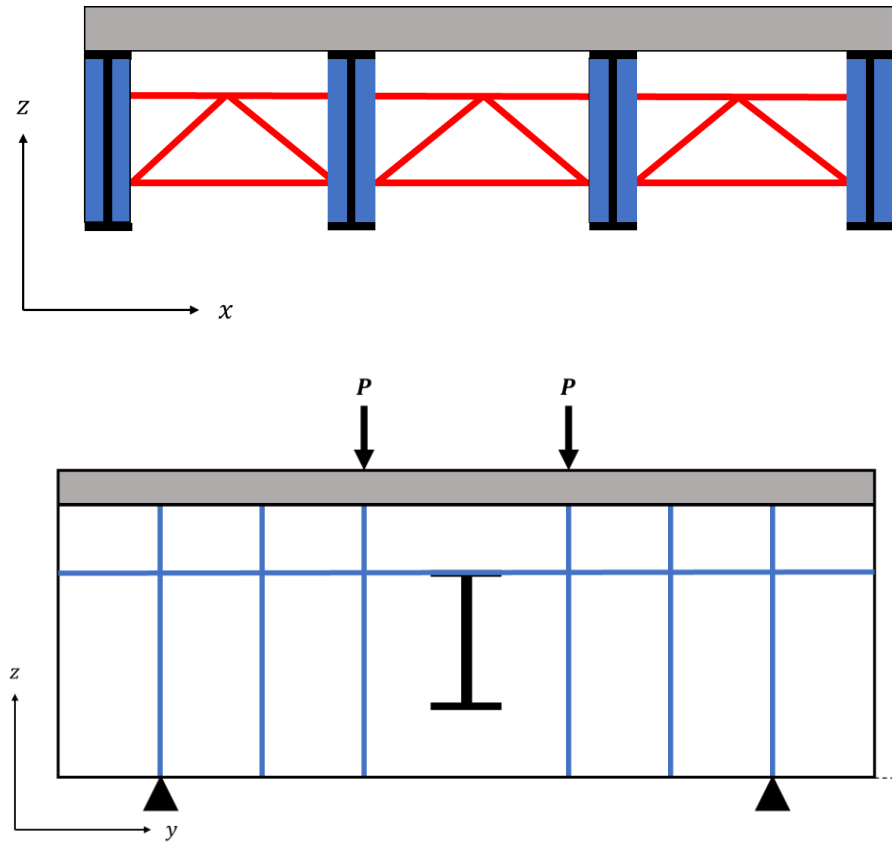
→適切な数値計算、Hermite族ソリッド要素が有用性に優れていると考えられる。

結果（合成桁の4点曲げ試験）

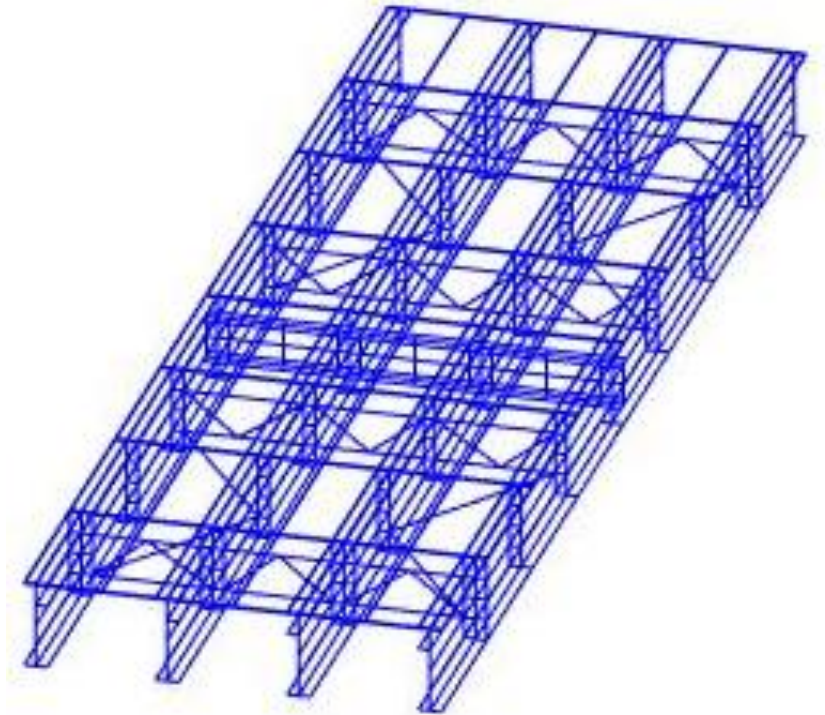
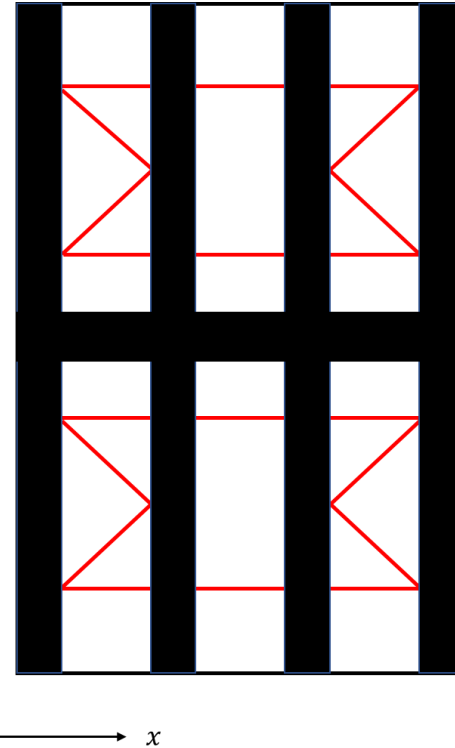


赤：Hermite族板要素＋Hermite族ソリッド要素
青：Lagrange-Hermite混合族板要素＋Lagrange族ソリッド要素
黒：Abaqus

詳細橋梁モデルの4点曲げ試験



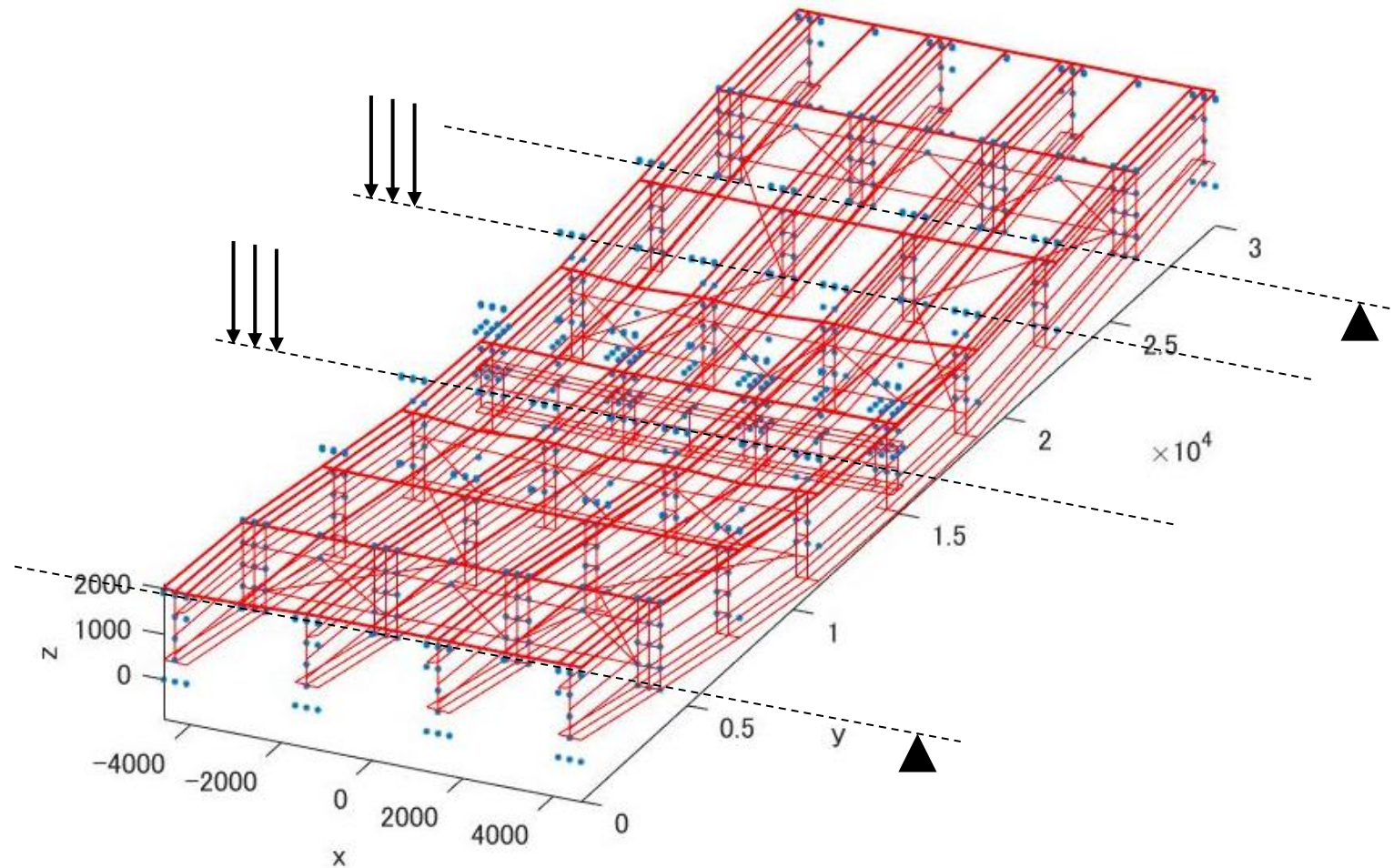
4点曲げ試験の概略図



詳細橋梁モデルの全体図

Hermite族ソリッド要素, Hermite族板要素, Hermite族梁要素を用いてモデル化
補剛材あり・補剛材なしの2種類のモデルについて4点曲げ試験を行う

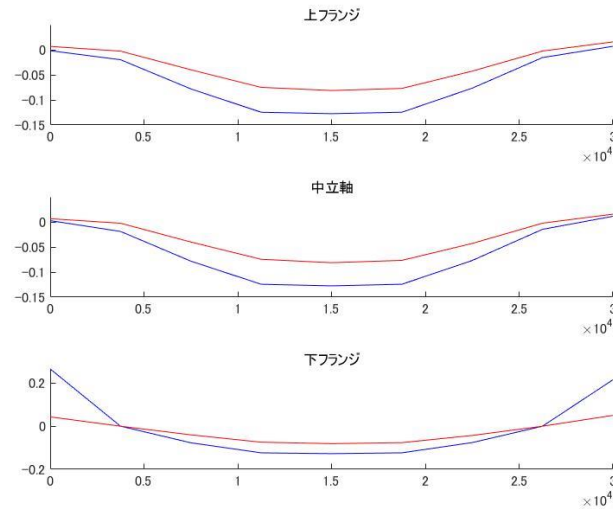
結果（詳細橋梁モデルの4点曲げ試験）



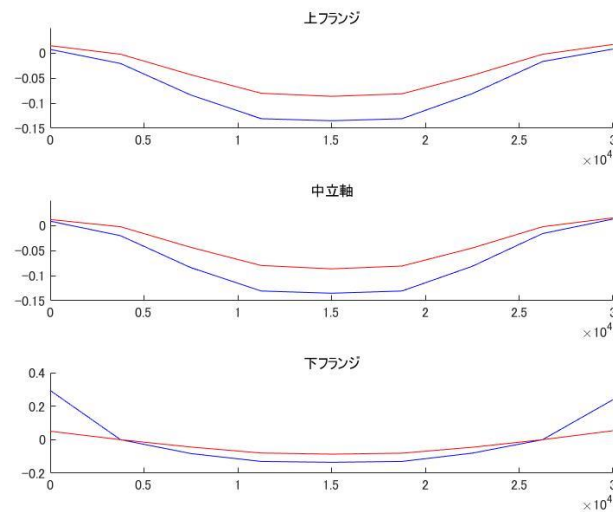
詳細橋梁モデルの曲げ変形図
変位を10000倍拡大して描図

結果（詳細橋梁モデルの4点曲げ問題）

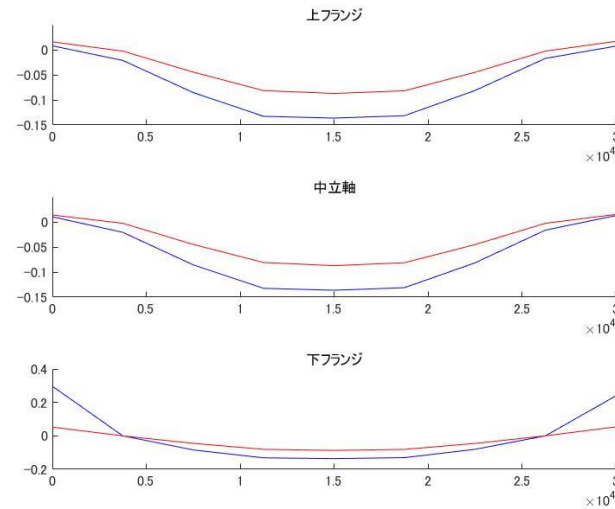
主桁 1



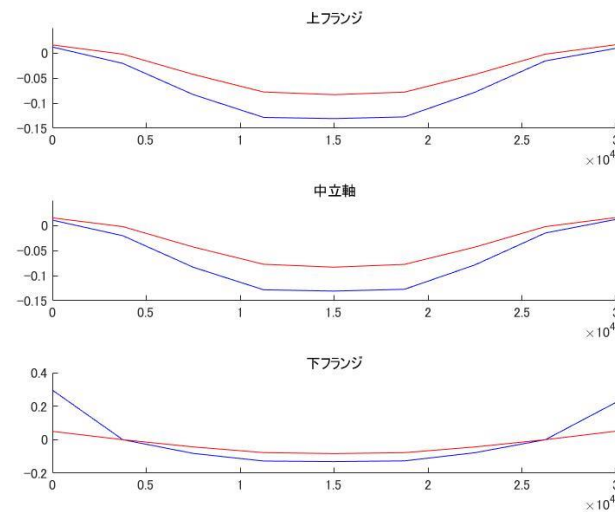
主桁 2



主桁 3



主桁 4

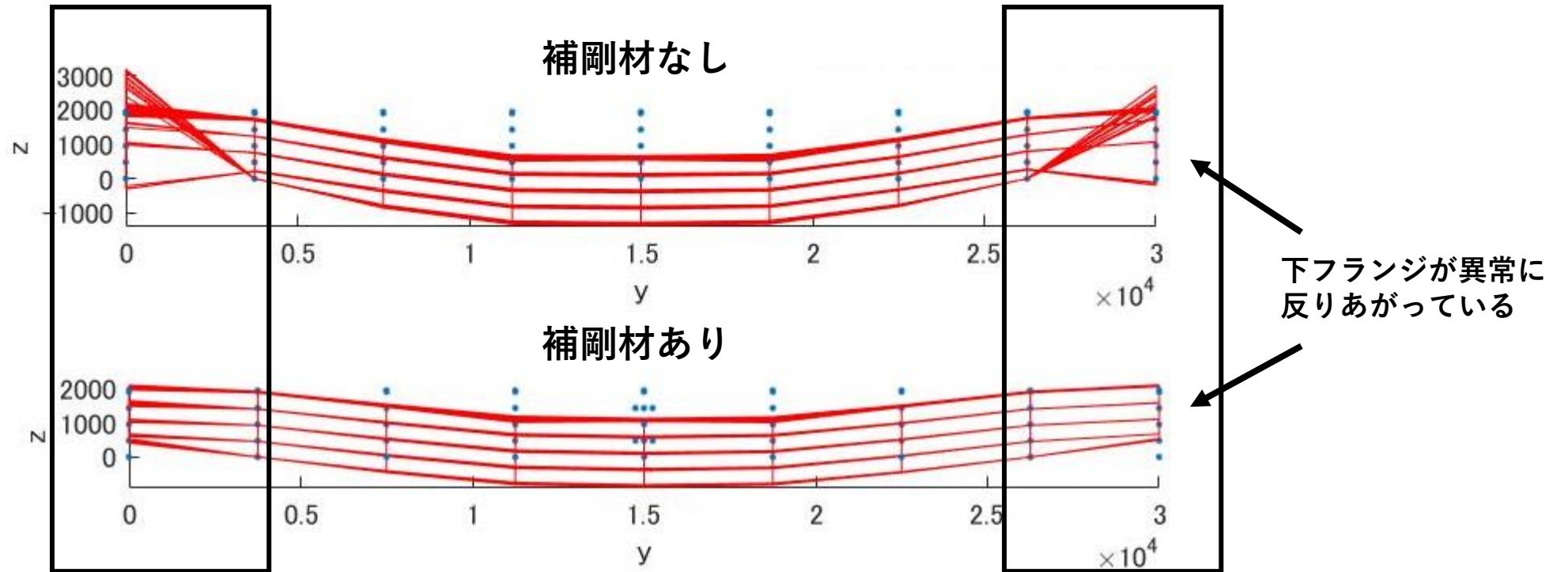


赤：補剛材あり
青：補剛材なし



補剛材によりたわみが
抑えられていることを確認

結果（詳細橋梁モデルの4点曲げ問題）



完全な曲げ挙動の再現には至っていない
→ 反復法（一般化最小残差法）の反復回数不足？
歪な要素による計算精度の低下？境界条件の不備？

まとめ

- Hermite族**板**要素とHermite族**ソ**リッド要素を用いて
合成桁・鋼桁の**曲げ挙動**を再現・精度検証により**有用性を確認**した
- **板要素**と**ソリッド要素**に加え、Hermite族**梁**要素を用いて
詳細橋梁モデルの**曲げ挙動の完全な再現には至らなかった**

今後の課題

- 1, **境界条件・計算方法**の改善, より詳細な曲げ挙動の再現
- 2, **大変形**・塑性の考慮
- 3, **Hermite族要素**の特性を活かした**新構造**の提案